



Задача 1

Дано:

$$a_1 = 15 \text{ см}, a_2 = 25 \text{ см}, a_3 = 20 \text{ см}$$

$$A_1 = 100 \text{ см}^2, A_2 = 50 \text{ см}^2, A_3 = 60 \text{ см}^2,$$

$$F_1 = 0.8 \text{ кН}; F_2 = 16 \text{ кН}; F_3 = 10 \text{ кН};$$

Решение:

Разобьем стержень на участки по точкам приложения сил, ось Ox направим вдоль стержня, начало координат совместим с точкой закрепления.

Значения продольных сил определим используя метод сечений, начиная от свободного конца.

$$N_1 = -0.8 \text{ кН}$$

$$N_2 = -16.8 \text{ кН}$$

$$N_3 = -6.8 \text{ кН}$$

напряжения

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{0.8}{100} = 0.008 \text{ кН/см}^2,$$

$$\sigma_2 = \frac{16.8}{50} = 0.336 \text{ кН/см}^2,$$

$$\sigma_3 = \frac{6.8}{60} = 0.113 \text{ кН/см}^2,$$

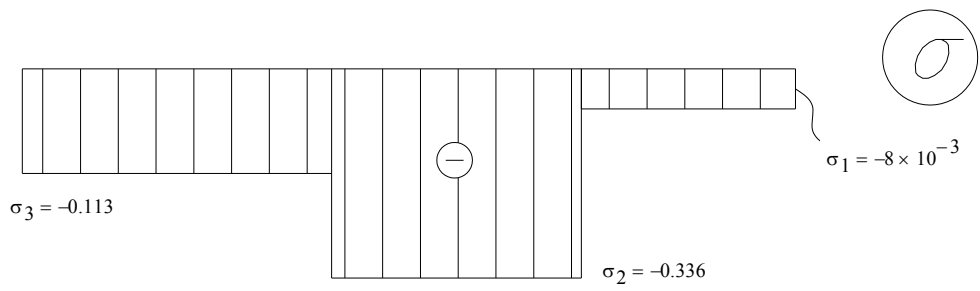
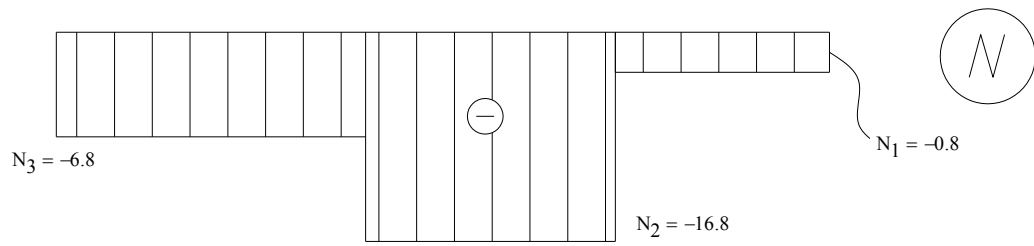
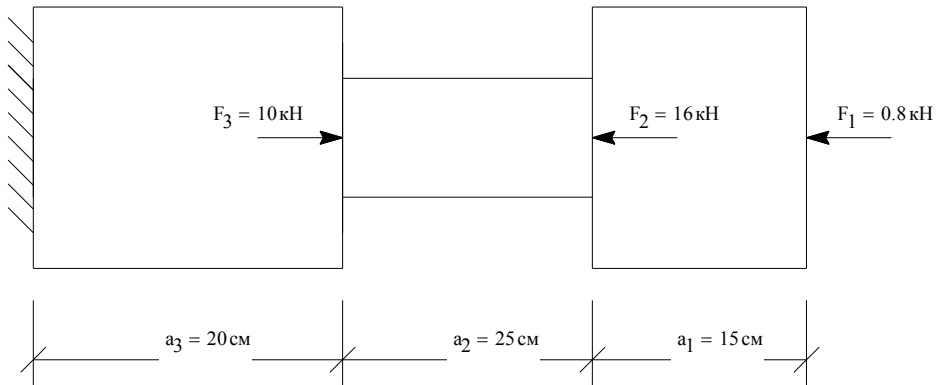
перемещения

$$\text{участок } a_1 = 15 \text{ см} \quad l_1 = \frac{\sigma L}{E} = \frac{0.008 \cdot \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} \cdot 15 \text{ см}}{2.1 \cdot 10^4 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}} = 5.71 \times 10^{-6} \text{ см}$$

$$\text{участок } a_2 = 25 \text{ см} \quad l_2 = \frac{0.336 \cdot \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} \cdot 25 \text{ см}}{2.1 \cdot 10^4 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}} = 4.00 \times 10^{-4} \text{ см}$$

$$\text{участок } a_3 = 20 \text{ см} \quad l_3 = \frac{0.113 \cdot \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} \cdot 20 \text{ см}}{2.1 \cdot 10^4 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}} = 1.08 \times 10^{-4} \text{ см}$$

$$\text{Общее удлинение стержня } \Delta l = -1.08 \times 10^{-4} - 4.00 \times 10^{-4} - 5.71 \times 10^{-6} = -5.14 \times 10^{-4} \text{ см}$$

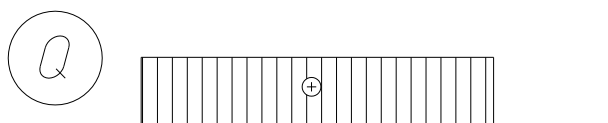
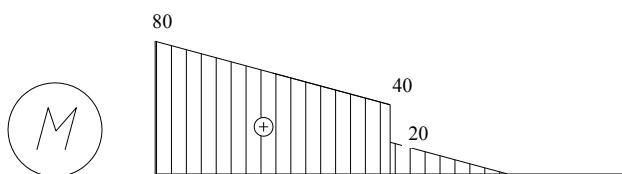
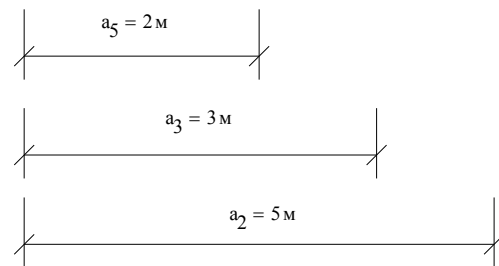
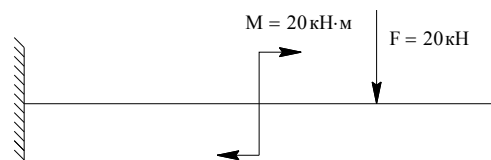
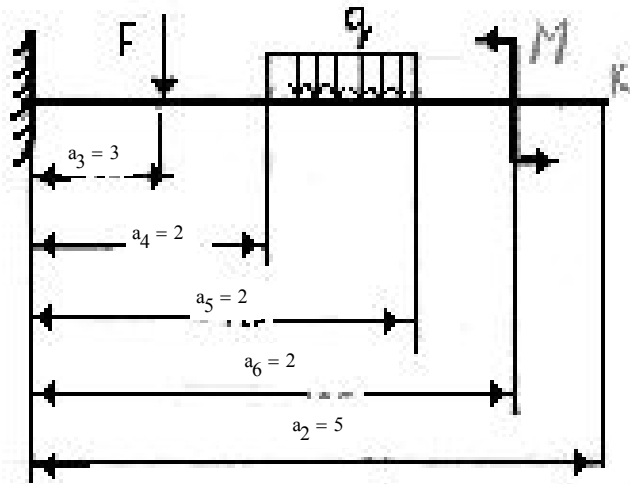




Часть 2

Для консольной балки требуется:

- Построить эпюру моментов и поперечных сил
- Подобрать сечение из прокатного двутавра
- Найти вертикальное перемещение крайнего правого сечения балки



Строим эпюру моментов и поперечных сил:

$$M_1 = 20 \cdot 1 = 20 \text{ кНм}$$

$$M_2 = 20 + 20 = 40 \text{ кНм}$$

$$M_3 = 20 \cdot 3 + 20 = 80 \text{ Нм}$$

$$W_{mp} = \frac{80 \text{ кН} \cdot 100 \text{ см}}{16 \cdot \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}} = 500 \text{ см}^3$$

где $M_{max} = 80 \text{ кН} \cdot \text{м}$ - максимальный момент

$$\sigma = 16 \cdot \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} - \text{допускаемое напряжение}$$



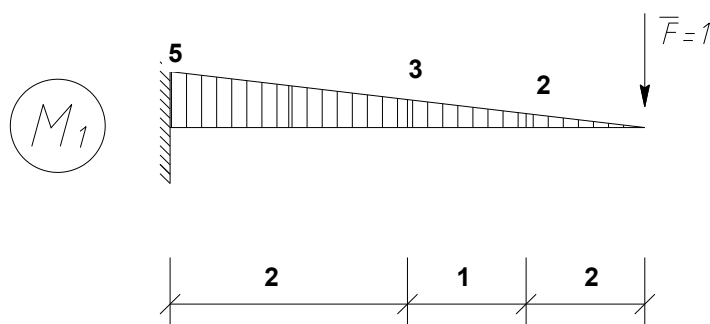
Выберем двуглавр номер $N_{дв} = 33$ по ГОСТ 8239-89, со следующими характеристиками

Момент сопротивления $W_x = 597 \text{ см}^3 > W_{mp} = 500 \text{ см}^3$, осевой момент инерции $J_x = 9840 \text{ см}^4$,

ширина полки $b_{пл} = 140 \text{ мм}$, толщина стенки $d = 7 \text{ мм}$, средняя толщина полки $t = 11.2 \text{ мм}$,

площадь $A = 53.8 \text{ см}^2$, статический момент полусечения $S_x = 339 \text{ см}^3$.

Чтобы определить перемещение свободного конца балки, приложим единичную силу и построим эпюру моментов M_1

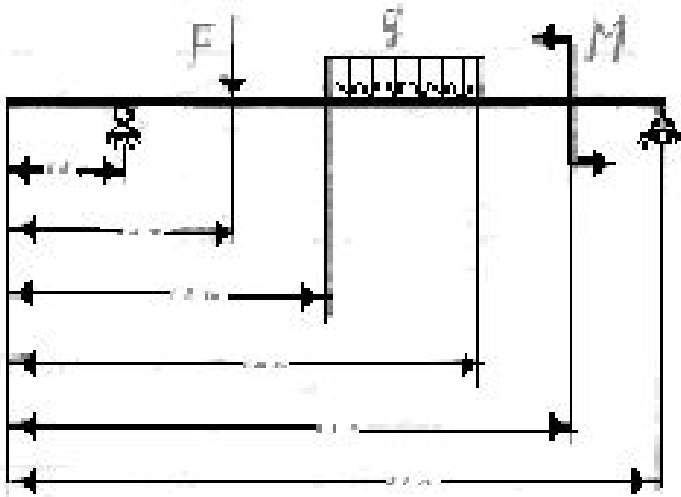


$$\sum_{i=1}^n \int_0^L \frac{M_1 \cdot M}{E \cdot J_x} dx = \frac{10^4}{2 \cdot 10^4 \cdot \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} \cdot 9840 \text{ см}^4} \left[\frac{1}{6} \cdot (2 \cdot 3 \cdot 20 + 2 \cdot 20) + \frac{2}{6} \cdot (2 \cdot 3 \cdot 40 + 2 \cdot 5 \cdot 80 + 3 \cdot 80 + 5 \cdot 40) \right] = 0.026 \text{ см}$$

Задача №2

Для балки на двух опорах требуется:

- Построить эпюру моментов и поперечных сил
- Подобрать сечение



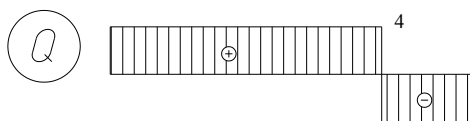
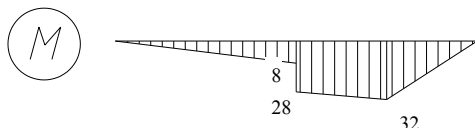
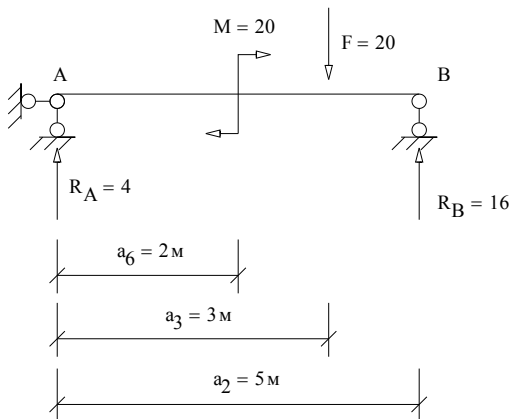
Составим уравнения равновесия

Сумма моментов относительно т. А:

$$\Sigma M_A = 3 \cdot 20 + 20 - 5R_B = 0 \Rightarrow R_B = \frac{3 \cdot 20 + 20}{5} = 16 \text{ кН}$$

Сумма моментов относительно т. В:

$$\Sigma M_B = 2 \cdot 20 - 20 - 5R_B = 0 \Rightarrow R_B = \frac{2 \cdot 20 - 20}{5} = 4 \text{ кН}$$



Подбор сечения

$$W_{mp} = \frac{M}{\sigma} = \frac{32 \text{ кН} \cdot 100 \text{ см}}{16 \cdot \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}} = 200 \text{ см}^3$$

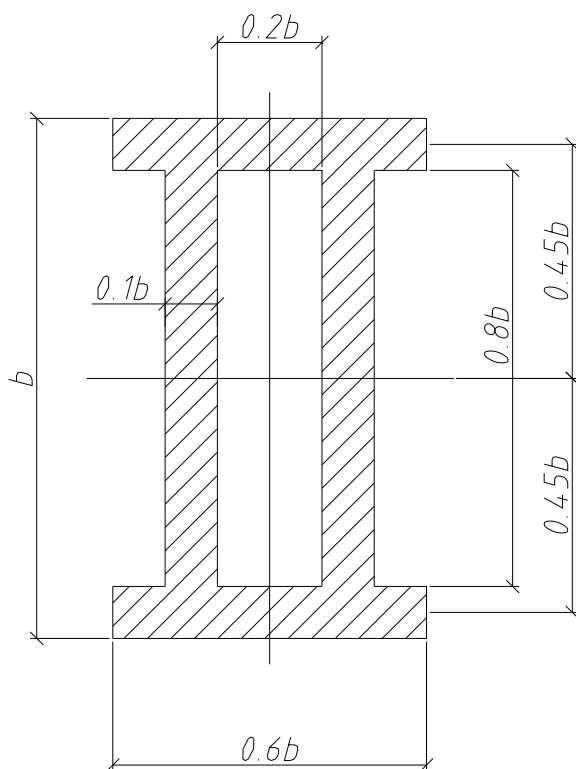
где $M = 32 \text{ кН} \cdot \text{м}$ - максимальный момент

$\sigma = 16 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}$ - допускаемое напряжение

Найдем момент инерции

$$J_x = 2 \cdot \left[\frac{(0.1 \cdot b)^3 \cdot 0.6 \cdot b}{12} + 0.1 \cdot b \cdot 0.6 \cdot b \cdot (0.45 \cdot b)^2 + \frac{(0.8 \cdot b)^3 \cdot 0.1 \cdot b}{12} \right] = 0.033 b^4$$

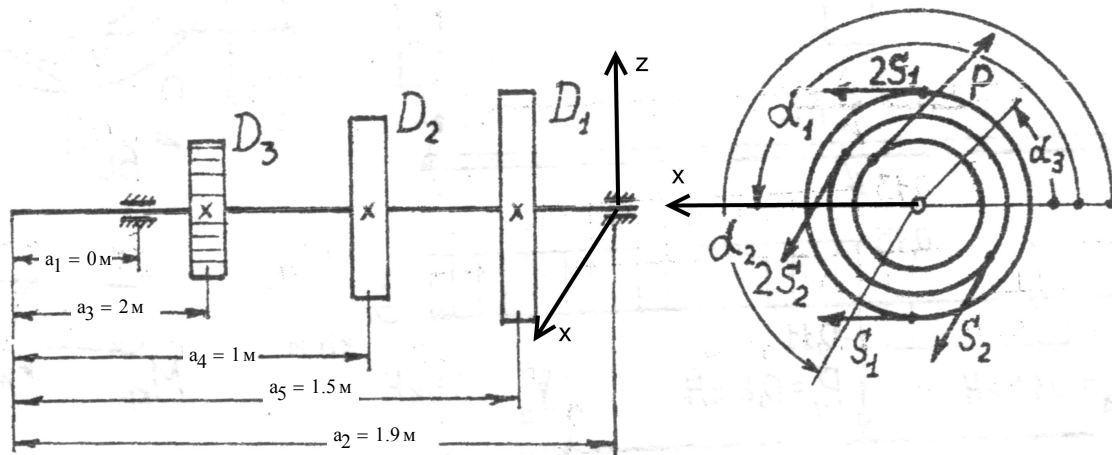
из соотношения $W_{mp} < \frac{J_x}{0.5 \cdot b} = 0.066 b^3$ найдем размер $b > \sqrt[3]{\frac{200}{0.066}} = 14.471 \text{ см}$



Задача № 2

Часть 1. Расчеты на изгиб с кручением круглого вала.

На вращающемся с частотой n круглом сплошном валу (рис. 5), установлены связанные с двигателями ремённой передачей два ведущих шкива (I и II) с диаметрами D_1 и D_2 , передающие валу мощности N_1 и N_2 , а также ведомая шестерня с диаметром D_3 . Определить диаметр стального вала по III теории прочности, приняв допускаемое напряжение $[\sigma] = 160$ МПа.



Дано:

$$N_1 = 8 \text{ кВт}, N_2 = 9 \text{ кВт}, n = 1300 \text{ об/мин}, D_1 = 220 \text{ мм}, D_2 = 160 \text{ мм}, D_3 = 120 \text{ мм}$$

Решение:

Моменты приложенные к валу находим по формуле: $M = \frac{30570 N (\text{кВт})}{\pi \cdot n \left(\frac{\text{об}}{\text{мин}} \right)}$

$$M_1 = \frac{30570 N_1}{\pi \cdot n} = \frac{30570 \times 8}{3.14 \cdot 1300} = 60 \text{ Нм}; M_2 = \frac{30570 N_2}{\pi \cdot n} = \frac{30570 \times 9}{3.14 \cdot 1300} = 67 \text{ Нм}$$

$$M_3 = M_1 + M_2 = 60 + 67 = 127 \text{ Нм}$$

Определим окружные усилия

$$S_1 = \frac{2M_1}{D_1} = \frac{2 \cdot 60}{0.22} = 545 \text{ Н}; S_2 = \frac{2M_2}{D_2} = \frac{2 \cdot 67}{0.16} = 838 \text{ Н}; P = \frac{2M_3}{D_3} = \frac{2 \cdot 127}{0.12} = 2117 \text{ Н}$$

далее строим эпюры в плоскостях $хоz$ и $уoz$

$$\Sigma M_A^{\text{верт}} = 2117 \cdot 2 - 1.5 \cdot 545 - 1.9 Y_B = 0 \Rightarrow Y_B = \frac{2117 \cdot 2 - 1.5 \cdot 545}{1.9} = 1798 \text{ Н}$$

$$\Sigma M_B^{\text{верт}} = 2117 \cdot 0.1 + 0.4 \cdot 545 - 1.9 Y_A = 0 \Rightarrow Y_A = \frac{2117 \cdot 0.1 + 0.4 \cdot 545}{1.9} = 226 \text{ Н}$$

$$M_1^{\text{верт}} = 0.1 \cdot 2117 = 212 \text{ Нм}, M_2^{\text{верт}} = 1.5 \cdot 226 = 339 \text{ Нм},$$

$$\Sigma M_A^{\text{гор}} = 1.839 - 1.9 X_B = 0 \Rightarrow X_B = \frac{839}{1.9} = 442 \text{ Н}$$

$$\Sigma M_B^{\text{гор}} = 0.9 \cdot 839 - 1.9 X_A = 0 \Rightarrow X_A = \frac{0.9 \cdot 839}{1.9} = 397 \text{ Н}$$

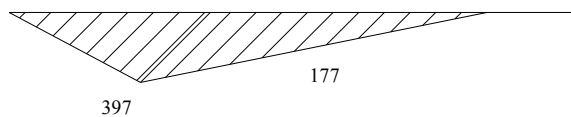
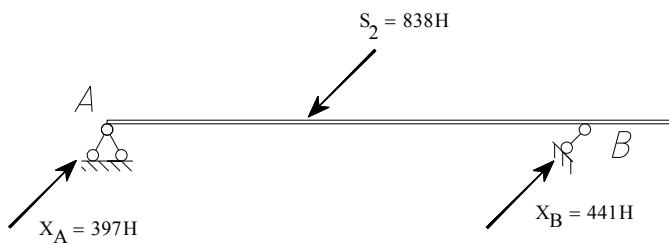
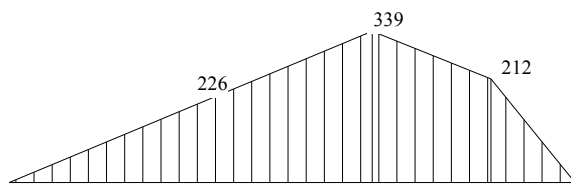
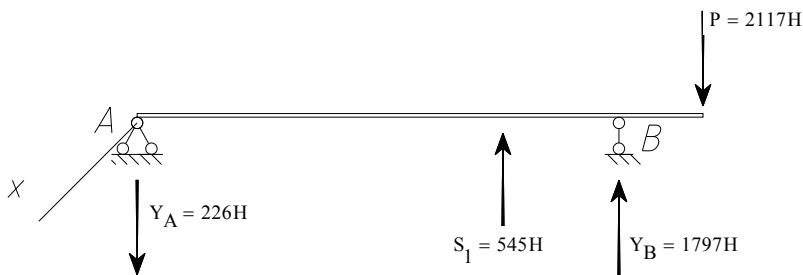
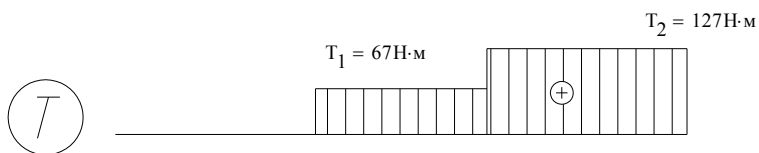
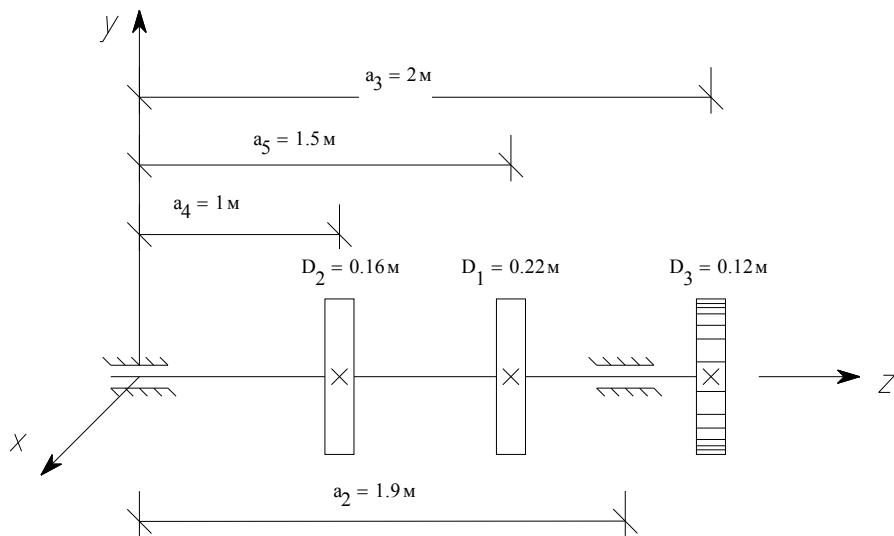
$$M_1^{\text{гор}} = 1 \cdot 397 = 397 \text{ Нм}, M_2^{\text{гор}} = 0.4 \cdot 442 = 177 \text{ Нм},$$

находим наибольший момент по III теории прочности

$$M_1^{\text{изг}} = \sqrt{397^2 + 226^2} = 457 \text{ Нм}, M_2^{\text{изг}} = \sqrt{339^2 + 177^2} = 382 \text{ Нм}$$

$$M_1^{\text{прив}} = \sqrt{M^2 + T^2} = \sqrt{457^2 + 67^2} = 462 \text{ Нм}, M_2^{\text{прив}} = \sqrt{382^2 + 127^2} = 403 \text{ Нм}$$

$$d > \sqrt[3]{\frac{32 M^{\text{прив}}}{\pi \cdot \sigma}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 462}{3.14 \cdot 160 \cdot 10^6}} = 0.0309 \text{ м} \Rightarrow \text{принимаем } d = 35 \text{ мм}$$



1. Для показанного на рис. 6 сечения стержня (стойки), составленного из нескольких профилей, подобрать сечение из условия устойчивости на продольный изгиб при заданном коэффициенте запаса прочности n .

2. Определить расстояние между приваренными к профилям соединительными планками из условия равной гибкости всего стержня и участка профиля между планками.

$$\sigma_T = 22 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} \quad N = 340 \text{ кН} \quad L = 3.8 \text{ м} \quad E = 2.1 \times 10^4 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} \quad n = 1.6$$

допускаемое напряжение $\sigma = \frac{\sigma_T}{n} = 13.75 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}$

В первом приближении примем $\varphi = 0.8$

Необходимую площадь стержня определим по формуле $A_{\text{тр}} = \frac{N}{\varphi \cdot \sigma} = 30.909 \text{ см}^2$

По сортаменту принимаем два двутавра №16 $A = 17.4 \text{ см}^2$

геометрические характеристики сечения

$$A = 34.8 \text{ см}^2 \quad J_Z = 1144 \text{ см}^4 \quad J_Y = 41.9 \text{ см}^4 \quad i_Z = 5.734 \text{ см} \quad i_Y = 2.79 \text{ см}$$

$$J_V = 2 \cdot (41.9 + 17.4 \cdot 3.65^2) = 547 \text{ см}^4$$

$$i_Y = \sqrt{\frac{J_V}{A}} = \sqrt{\frac{547}{34.8}} = 3.965 \text{ см}$$

Коэффициент приведения длины

в плоскости Oxy $\mu_y = 0.7$ в плоскости Oxz $\mu_z = 0.7$

Приведенные длины стержня в двух главных плоскостях

в плоскости Oxy $l_{0y} := \mu_y \cdot L = 100$ в плоскости Oxz $l_{0z} := \mu_z \cdot L = 100$

$l_{0y} = 266 \text{ см}$ $l_{0z} = 266 \text{ см}$

гибкость стержня в двух главных плоскостях

в плоскости Oxy $\lambda_y := \frac{l_{0y}}{i_y} \quad \lambda_y = 46.4$ в плоскости Oxz $\lambda_z := \frac{l_{0z}}{i_z} \quad \lambda_z = 67.1$

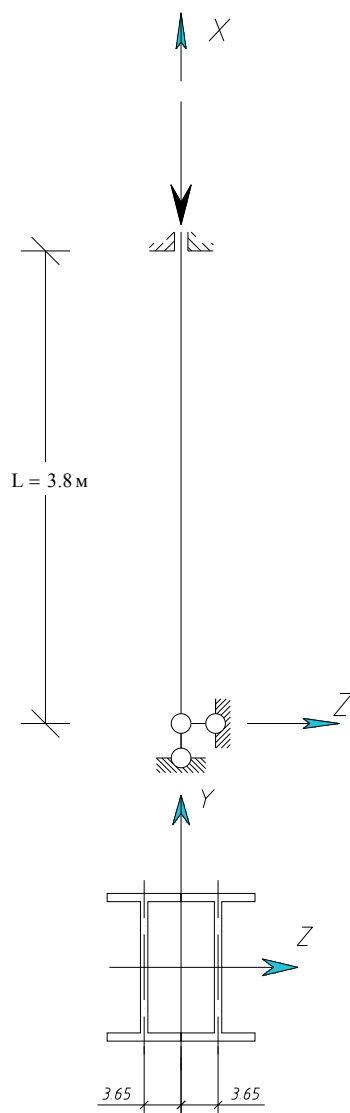
Дальнейший расчет будем вести по большему значению $\lambda_{\text{max}} = 67.1$

коэффициент уменьшения расчетного сопротивления при изгибе φ_1 для стали Ст3 по таблице методом линейной интерполяции $\varphi_1 = 0.789$

Проверим условие устойчивости

$$\frac{N}{A \cdot \varphi_1} = \frac{340}{34.8 \cdot 0.789} = 12.4 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} < \sigma = 13.75 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}$$

Отклонение от допускаемого напряжения $\frac{\varphi_1 \cdot \sigma - \frac{N}{A}}{\varphi_1 \cdot \sigma} = 9.909\%$



Определим расстояние между планками

примем $\mu = 1$

$$i_{\min} = 3.966 \text{ cm}$$

$$\lambda = 67.067$$

$$\text{тогда } H = \frac{\lambda \cdot i_{\min}}{\mu} = 266 \text{ cm}$$

$$\text{число участков между планками } K = \frac{L \cdot 100}{H} = 1.429$$

округляя в большую сторону примем $K = 2$

$$\text{Окончательно примем расстояние между планками } H_{\text{пл}} = \frac{L \cdot 100}{K} = 190 \text{ cm}$$